PLAN

- Les origines du Prolog.
- Deux exemples de programmes.
- Syntaxe
  - Constantes, variables, termes, prédicats.
  - Assertions, Règles, Buts.
- Sémantique
  - Unification
  - Arbres de dérivation
- 2ème partie
  - L'arithmétique en Prolog.

PROGRAMMER EN LOGIQUE

Les origines (vers 1970):

- A. Colmerauer et al., Univ. d'Aix-Marseille.
  Un système de communication homme-machine en français.
- R. A. Kowalski, Imperial College, London.
  Predicate logic as a programming languages.

Depuis, un grand nombre d'implementations. Voir par exemple:

`http://vl.fmnet.info/logic-prog/`

La version que nous allons utiliser:

YAP (Yet Another Prolog)

LIACC, Université de Porto.

`http://www.ncc.up.pt/~vsc/Yap/`

PLAN

- Les origines du Prolog.
- Deux exemples de programmes.
- Syntaxe
  - Constantes, variables, termes, prédicats.
  - Assertions, Règles, Buts.
- Sémantique
  - Unification
  - Arbres de dérivation

Un programme prolog: assertions et règles

```
/*bio(nom,sexe,ne_en,dcd_en,pere,mere)*/
bio(louis13,h,1601,1643,henri4,marie_medicis).

bio(elisabeth_france,f,1603,1644,henri4,marie_medicis).

bio(louis14,h,1638,1715,louis13,anne_autriche).

/*pere(pere,enfant)*/

pere(X,Y):- bio(Y,_,_,_,X,_).

/*age(personne,age)*/

age(X,Y):-bio(X,_,Z,T,_,_),Y is T-Z.
```

On interroge le programme: buts

Quel est la date de naissance de Louis XIV?

```
bio(louis14,_,X,_,_,_).
```

Qui est le père de Louis XIII?

```
pere(X,louis13).
```

...mais aussi...

```
bio(louis13,_,_,_,X,_).
```

Combien d'année Louis XIV a survecu à son père?

```
bio(louis14,_,_,Y,Z,_),bio(Z,_,_,T,_,_),R is Y-T.
```

Parmi les personnes dont on dispose de la "biographie", qui sont les hommes?

```
bio(X,h,_,_,_,_).
```

Interaction au top level (1)

```
/* bio.pl */

bio(louis13,h,1601,1643,henri4,marie_medicis).

bio(elisabeth_france,f,1603,1644,henri4,marie_medicis).

bio(louis14,h,1638,1715,louis13,anne_autriche).

pere(X,Y):-bio(Y,_,_,_,X,_).

age(X,Y):-bio(X,_,T,Z,_,_), Y is Z-T.

# yap

?-  consult(bio).

yes

?-  bio(louis14,_,X,_,_,_).

X = 1638 ?;

no
```

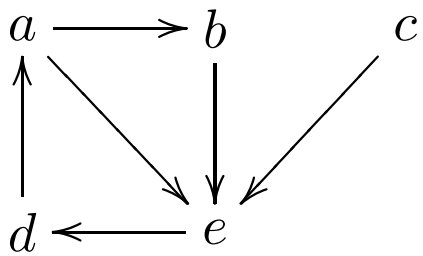
Interaction au top level (2)

```
?-  pere(X,louis13).

X = henry4 ?;

no

?-  bio(louis13,_,_,_,X,_).

X = henry4 ?  ;

no

?- bio(louis14,_,_,Y,Z,_),bio(Z,_,_,T,_,_),R is Y-T.

R = 72,

T = 1643,

Y = 1715,

Z = louis13 ?;

no
```

Interaction au top level (3)

```
?- bio(X,h,_,_,_,_,).

X = louis13 ?;

X = louis14 ?;

no

?- halt.

[ Prolog execution halted ]

#
```

2ème exemple: modélisation d'un graphe orienté




```
/* arc(source,destination) */

arc(a,b).  arc(a,e).  arc(b,e).  arc(c,e).  arc(e,d).
arc(d,a).

/* connexe(source,destination) */

connexe(X,Y):-arc(X,Y).

connexe(X,Y):-arc(X,Z),connexe(Z,Y).
```

Interaction au top level

```
?-  consult(graph).

yes

?-  connexe(a,b).

yes

?-  arc(a,X).

X = b ?  ;

X = e ?    ;

no

?-  connexe(a,c).
```

boucle!

PLAN

- Les origines du Prolog.
- Deux exemples de programmes.
- Syntaxe
  - Constantes, variables, termes, prédicats.
  - Assertions, Règles, Buts.
- Sémantique
  - Unification
  - Arbres de dérivation

Syntaxe

Les éléments de base d'un programme Prolog sont les *prédicats* et les *termes*.

Dans

`connexe(a,X).`

`connexe` est un (symbole de) prédicat.

`a` est un terme (une constante).

`X` est un terme (une variable).

Il n'y a pas de différence syntaxique entre prédicats et termes: les termes aussi peuvent avoir des arguments:

`membre(X,node(X,_,_)).`

ici `node(X,_,_)` est un terme à trois arguments (un arbre binaire étiqueté, par exemple).

Syntaxe : le lexique (simplifié)

constantes	chaînes de caractères dont le premier est minuscule
variables	chaînes de caractères dont le premier est majuscule, ou _
nombres	en notation décimale
les punctuations	:- , . ( ) ; ...

Syntaxe: la grammaire (simplifiée)

```
programme-prolog ::= clause { clause }

clause ::= assertion | regle

assertion ::= predicat.

predicat ::= constante [ ( liste-termes ) ]

regle ::= predicat :- corps .

corps ::= predicat { , predicat }

liste-termes ::= terme { , terme }

terme ::= terme-simple | terme-complexe

terme-simple ::= constante | variable | nombre

terme-complexe ::= constante ( liste-termes )
```

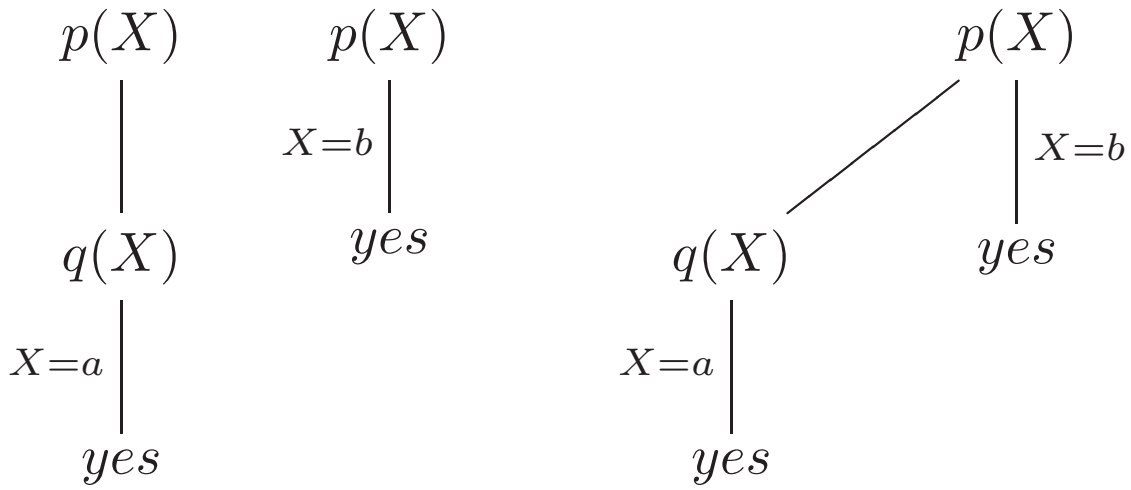
PLAN

- Les origines du Prolog.
- Deux exemples de programmes.
- Syntaxe
  - Constantes, variables, termes, prédicats.
  - Assertions, Règles, Buts.
- Sémantique
  - Unification
  - Arbres de dérivation

Sémantique opérationnelle: un exemple

```
q(a).

p(X):-q(X).

p(b).
```

but: p(X)



Arbre de dérivation de p(X)

Sémantique opérationnelle: l'unification (1)

Une substitution est une fonction partielle qui associe des termes à des variables (qu'on peut noter comme un ensemble de couples `(Var, terme)`. Par exemple σ_0={ `(X,zero), (Y,succ(T))` } est une substitution).

L'application d'une substitution σ à un terme `t`, notée $\texttt{t}\sigma$, est le terme `t` dans lequel les variables de σ sont remplacées par les termes correspondants.

Par exemple $\texttt{add(X,Y)}\sigma_0 = \texttt{add}(\texttt{zero}, \texttt{succ}(\texttt{T}))$

Deux termes `t` et `s` sont unifiés par la substitution σ si $\texttt{t}\sigma \equiv \texttt{s}\sigma$ (c.à.d. si les deux termes résultants de la substitution sont identiques).

La substitution σ est l'unificateur le plus général (mgu) de `t` et `s` s'il unifie `t` et `s` et si tout autre unificateur de `t` et `s` s'obtient par instanciation de σ.

Sémantique opérationnelle: l'unification (2)

Le prédicat binaire infixe `=` de Prolog calcule les unificateurs (mgu)

```
?- f(X)=f(g(a,Y)).

X = g(a,Y)

?- f(X,X)=f(g(a,Y),g(Z,b)).

X = g(a,b),

Y = b,

Z = a

?- X=f(X).

X =
f(f(f(f(f(f(f(f(f(f(f(f(f(f(f(f(f(f(f(f(f(f(f(f(f(f(f(f(f(
f(f(f(f(f(f(f(f(f(f(f(f(f(f(f(f(f(f(f(f(f(f(f(f(f(f(f(f(
f(f(f(f(f(f(f(f(f(f(f(f(f(f(f(f...  Segmentation fault
```

`Pas de` *`occur check`*`!`

Sémantique opérationnelle: arbres de dérivation

On considère un programme $\texttt{P=c}_1\texttt{,...c}_k$ et un but $\texttt{G=g}_1\texttt{,...,g}_l$.

Soit $\texttt{c}_i\texttt{= t}_i\texttt{:- b}_i^1\texttt{,b}_i^2\texttt{,...,b}_i^{l_i}$.

(si $l_i = 0$ alors $\texttt{c}_i$ est une assertion, sinon c'est une règle).

On définit noeuds et arcs de l'arbre de dérivation de G pour P par induction (sur la hauteur):

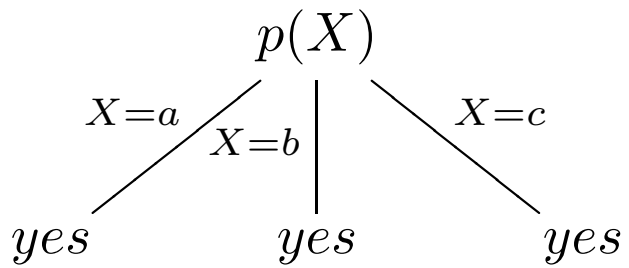
- la racine est G.
- Soit $\texttt{H=h}_1\texttt{,...h}_l$ un noeud de hauteur n, et soit $\texttt{c}_s$ une clause de P dont la tête $\texttt{t}_s$ s'unifie avec $\texttt{h}_1$, avec mgu σ.

  Alors on crée le noeud, de hauteur $n+1$, $\texttt{H'= b}_s^1\sigma\texttt{,...,b}_s^{l_s}\sigma\texttt{,}$ $\texttt{h}_2\sigma\texttt{,...h}_l\sigma$ et on étiquette l'arc de H à H' par σ.

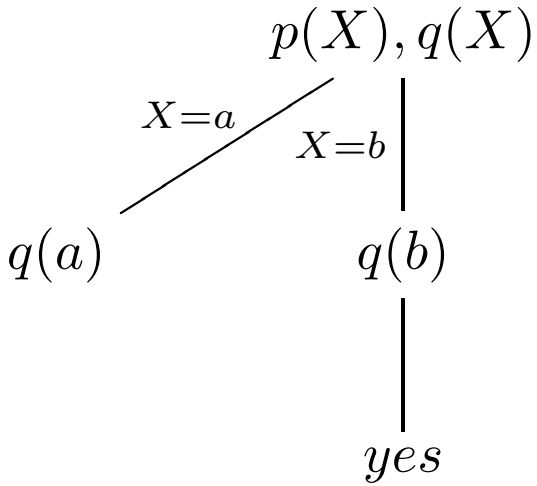
Une feuille est soit un but vide (succes), soit un but dont le premier prédicat ne s'unifie avec aucune tête de clause (echec).

Sémantique opérationnelle: exemples d'arbres de dérivation

```
P = p(a).  p(b).  p(c).
G= p(X)
```




```
P= p(a).  p(b).  q(b).
G= p(X),q(X)
```



Sémantique opérationnelle: arbres de dérivation

L'exécution d'un goal `G` pour un programme `P` a comme résultat l'ensemble de feuilles succes de l'arbre de dérivation correspondant.

Plus précisement, pour chacune de ces feuilles, le résultat est l'ensemble des instantiations des variables de `G` qui se trouvent sur le chemin qui mène de la racine à la feuille en question.

L'arbre de dérivation est produit de manière préfixe (parcours en profondeur d'abord).

Donc l'ordre des clause est important. Par exemple, pour `p(X):-p(X). p(a)` le but `p(X)` ne donne aucun résultat (boucle), mais pour `p(a). p(X):-p(X)` le résultat `X=a` est atteint.

2ème partie

Introduction a YAP : les entiers

Quelques symboles de fonctions sur les entiers

Plusieurs opérateurs sont predéfinis pour des opérations arithmétiques simples.

- `+` l'addition
- `-` la soustraction
- `*` la multiplication
- `/` la division
- `**` la puissance
- `//` la division entière
- `mod` le reste de la division entière

L'expression `3 + 4` est à considérer en Prolog comme synonyme de `+(3,4)`, un terme d'arité 2 avec symbole fonctionnel `+` et arguments `3` et `4`.

Quelques prédicats sur les entiers

A la requête `?- X = 3 + 4` Prolog répond `X = 3 + 4`

Pour évaluer `3 + 4` il faut utiliser le prédicat (extra-logique) `is` .

Exemples:

```
?- Y is 4 + 3.

Y = 7
Yes

?- X is Y + 1.

ERROR: Arguments are not sufficiently instantiated

?- Y = 2, X is Y + Y.

Y = 2
X = 4
Yes
```

Quelques prédicats sur les entiers (2)

Comparaisons

- `X > Y`
- `X < Y`
- `X >= Y`
- `X =< Y`
- `X =:= Y` Les valeurs de `X` et `Y` sont égaux
- `X =\= Y` Les valeurs de `X` et `Y` sont différents

Dans tous ces prédicats, les deux arguments doivent être clos.

L'opérateur `=` est différent de `=:=`

```
?- 1 + 3 =:= 3 + 1.

Yes
```

```
?- 1 + 3 = 3 + 1.

No

?- 1 + A =:= B + 2.

ERROR: Arguments are not sufficiently instantiated

?- 1 + A = B + 2.

A = 2
B = 1
Yes

?- X = 3 + 2, X < 7.

X = 3+2
Yes

?- Y = 3, X is 3+Y, X + Y < 9.

No
```